Fragen zu Radioaktivität und Röntgenstrahlung

Verständnisfragen

1. Was haben Licht und Röntgenstrahlung gemeinsam, wodurch unterscheiden sie sich?

   EM-Wellen, Unterschied in der Frequenz(Energie)

2. Warum ist Blei ein wenig geeigneter Absorber für ß-Strahlung?.

   Erzeugung von Bremsstrahlung durch schnelle Elektronen

3. Wodurch unterscheiden sich die Dosiseinheiten Gray und Sievert?.

   Sievert ist eine Einheit des Strahlenschutzes und enthält daher einen Faktor der biologischen Wirksamkeit

4. Wie kann ich prinzipiell den Wellencharakter von quantenmechanischen Teilchen (z.B. Elektronen experimentell nachweisen?

   Beugung

5. Warum ist die Auflösung in einem Elektronenmikroskop besser als in einem Lichtmikroskop?

   Elektronen haben eine kleinere Wellenlänge

6. Wird die Auflösung in einem Elektronenmikroskop besser oder schlechter, wenn ich die Elektronen stärker beschleunige?

   besser

Rechenaufgaben

1. Wismut (Z = 83) kommt in einem stabilen Isotop ^{209}Bi und einigen instabilen Isotopen vor, die unterschiedliche Zerfälle durch laufen. ^{210}Bi ist eines dieser instabilen Isotope und zerfällt zum einen in Polonium ^{210}Po (Z = 84), zum anderen in Thallium ^{206}Tl (Z = 81). ^{210}Po und ^{206}Tl zerfallen anschließend in das stabile Blei ^{206}Pb (Z = 82). Die Halbwertszeit von ^{210}Bi beträgt 5,013 Tage.

   a) Um welche Zerfallsprozesse handelt es sich beim Übergang von ^{210}Bi nach ^{206}Pb?

   ^{210}Bi =>_______alpha_______=> ^{206}Tl =>______beta-__________=> ^{206}Pb

   ^{210}Bi =>_______beta-_______=> ^{210}Po =>______alpha_________=> ^{206}Pb

   b) Berechnen Sie die Zahl der Atome in 1 mg des stabilen Isotops ^{209}Bi.

   $n = N_A * m / g_{209}$;

   (N_A = Avocado Zahl = $6.022 * 10^{23}$ mol^{-1}, g_{209}=209 g/mol = Molmasse)

   $m = 1$ mg ; $n = 2.881340 * 10^{18}$

c) Berechnen Sie den Anteil (in [%]) des radioaktiven Isotops ^{210}Bi, der nach t = 10 Tagen zerfallen ist.

$N(t) = N_0 * \exp(-\ln 2 * t / T_{1/2})$

$N(t) / N_0 [\%] = \exp(-\ln 2 * t / T_{1/2}) * 100 [\%]$

$\text{zerfallener Anteil} = 100 [\%] – (N(t) / N_0 [\%])$

d) Welche Masse (in [mg]) des radioaktiven Isotops ^{210}Bi muss man zu einer Masse von 5 mg des stabilen Isotops ^{209}Bi hinzugeben, damit nach einer Zeit von 10 Tagen das Verhältnis der Anzahl der zerfallenden Atome zur Anzahl der stabilen Atome 50% ist? [Berechnen Sie zunächst wie viele Atome des radioaktiven Isotops ^{210}Bi nach 10 Tage vorhanden sein müssen. Damit können Sie dann die ursprüngliche Zahl der Atome berechnen.]

Nach 10 Tagen (m_x = Masse des isotops x):
$N_{209} = N_A * m_{209} / g_{209}$; *(Zahl der Atome von ^{209}Bi)*
$N_{210} = N_A *(m_{210} / g_{210})* \exp(-\ln 2 * t / T_{1/2})$; *(Zahl der Atome von ^{210}Bi)*
gefordert: $N_{210} / N_{209} = \alpha$; $\alpha = 1/2 = 50\%$; *einsetzen und auflösen:*
$m_{210} = m_{209} * \alpha * 210/209 * \exp(+\ln 2 * t / T_{1/2})$
$m_{210} = 0{,}01$ mg

2. Bei einer Diplomatenjagd wird neben zwei Wildhütern und dem Revierförster auch ein kapitaler Keiler der Masse m = 200 kg erlegt. Dieser hatte im letzten Jahr seines irdischen Daseins 100 kg Pilze gefressen, die als Folge des Reaktorunfalls von Tschernobyl durch das radioaktive Isotop ^{137}Cs (Z = 55) mit einer Aktivität von A = 103 Bq pro Kilogramm strahlenbelastet sind. ^{137}Cs zerfällt mit einer Halbwertszeit $t_{1/2}$ = 30,2 Jahre in das stabile ^{137}Ba (Z = 56).

   a) Welche Art von Strahlung geben die Pilze ab?

   beta-, also Elektronen

   b) Berechnen Sie die Zerfallskonstante von ^{137}Cs.

   $N(t) = N_0 * \exp(-\lambda * t)$; $\lambda = \ln 2 / T_{1/2}$;
   $\lambda = 7.27*10^{-10}$ [1/s]

   c) Wegen der langen Halbwertszeit kann die Aktivität im Körper des Keilers als konstant angesehen werden. Pro Zerfall wird eine Energie E = 1 MeV abgegeben. Berechnen Sie die Energiedosis, mit der der Keiler in den letzten 12 Stunden seines Lebens belastet wurde, wenn er in dieser Zeit nichts gefressen hat und die Zerfallsprodukte der Pilze den Körper nicht verlassen haben.

   $D = E * t / m$; $E = 100 [kg] * 103 [Bq/kg] * 1 [MeV] = 10300 [1/s]$
   $D = 0{,}356\ \mu Gy$

3. Krypton ^{85}Kr (z = 36) zerfällt zu 99,56 % direkt in ^{85}Rb (z = 37), wobei eine Energie E_1 = 687,1 [keV] pro Zerfall frei wird. Die restlichen ^{85}Kr Atome zerfallen über einen angeregten Zwischenzustand in ^{85}Rb. Hierbei wird zusätzlich eine Energie E_2 = 514,0 [keV] frei.

   a) Welche Art des radioaktiven Zerfalls liegt beim direkten Zerfall vor?

      beta-

   b) Welche Art des radioaktiven Zerfalls tritt beim Zerfall über den angeregten Zwischenzustand zusätzlich auf?

      gamma

   c) Wenn 0,25 mol ^{85}Kr zerfallen, welche Energie wird dann insgesamt frei?

      $E = 0.25\ [mol] * N_A * (687.1 + (1-0.9956)*514.0)\ [keV] = 16.555\ [GJ]$

   d) Nach 20 Jahren Zerfall sind von einem Mol ^{85}Kr noch $1{,}66 \cdot 10^{23}$ Atome vorhanden. Wie groß ist die Halbwertszeit?

      $N(0) = N_A$; $N(20) = 1.66 * 10^{23}$; $N(t) = N_0 * exp(-ln2*t / T_{1/2})$
      $T_{1/2} = -20*ln2 / ln\ (N(20)/N_A) = 10{,}7581\ [a]$

4. Radioaktives Thorium trägt wesentlich zur Erzeugung der Erdwärme bei. Ein Thorium-Isotop ^{232}Th (Z = 90) ist ein α-Strahler mit einer Halbwertszeit von $T_{½} = 1{,}405 \cdot 10^{10}$ Jahren, wobei eine Energie E_1 = 4,083 [MeV] pro Zerfall frei wird.

   a) In welches Element zerfällt dieses Isotop? Geben Sie die Zahl der Protonen und Neutronen an.

      α-Strahlung: Kernzahl Z: -4, Protonenzahl p: -2; p=88, n = 228-88 = 140

   b) Welcher Anteil (in [%]) dieses Isotops ist während der gesamten Existenz der Erde (Erdalter 4,5 Milliarden Jahre) zerfallen?

      $N(t) / N_0 = exp(-ln2*t / T_{1/2}) * 100\ [\%] = 19.91\ \%$

   c) Mit welcher Frequenz (in [Hz]) tickt ein Geigerzähler (im statistischen Mittel, ohne Totzeit), der den Zerfall von m = 1g Thorium misst?

      Aktivität $A = -\lambda * n = -\lambda * N_A * m/232;\ \lambda = ln2 / T_{1/2};$
      $f = 4058\ Hz$

   d) Mit welcher Geschwindigkeit wird ein alpha-Teilchen aus dem Kern geschossen, wenn man annimmt, dass die gesamte Zerfallsenergie in Bewegungsenergie umgewandelt wird?

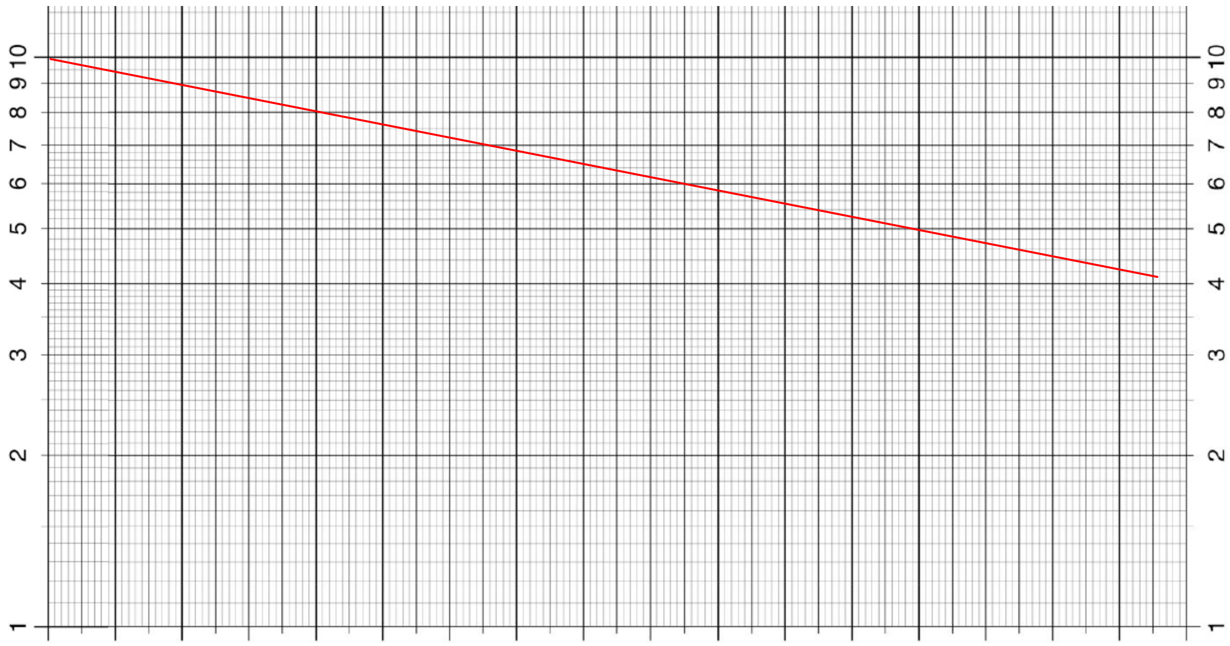
      $E_1 = 1/2\ m * v^2;\ v = (2E/m)^{1/2} = 1{,}4 * 10^7 [m/s]\ \ (m(\alpha) \approx 4.0\ g/mol)$

5. Ein Absorber für Röntgenstrahlung habe eine Dicke d = 2 mm und absorbiere damit 10 % der Intensität I_0 einer einfallenden monochromatischen Röntgenstrahlung.

   a) Berechnen Sie den Absorptionskoeffizient μ (in 1/mm).

$I = I_0 * exp(-\mu*d)$; $\mu = -ln (I/I_0) / d$; $I = 1 – 0{,}1 = 0{,}9$
$\mu = 5{,}27*10^{-2}$ [1/mm]

b) In einem Experiment wird die Dicke d bis zum 10fachen Wert vervielfacht und die verbleibende Intensität in % bestimmt. Zeichnen Sie die Intensität hinter dem Absorber (in % von I_0) in Abhängigkeit der Absorberdicke d in das unten stehende Netzpapier ein.



c) Berechnen Sie für die Dicke d = 10 mm und d = 20 mm die Absorption (in %).

$Abs = (1 – exp(- \mu*d)) * 100$ [%]
10mm: Abs = 40,95 % ; 20mm: Abs = 65,13 %

6. In einem Experiment sollen Sie das Planck´sche Wirkungsquantum h nachmessen und bestimmen mit welchem Fehler sie den Wert angeben können. Dazu wird ein Kristalldrehversuch wie im Praktikum durchgeführt. An der Röntgenröhre ist eine Spannung U = (9075 ± 50) V zur Erzeugung der Röntgenstrahlung angelegt. Als Bragg-Kristall wird Steinsalz mit einer Kristall-Gitterkonstanten $d = 2{,}81 \cdot 10^{-10}$ m genutzt. Bei einem Drehwinkel des Kristalls θ = 14° ± 0,1° wird das erste Intensitätsmaximum gemessen.

   a) Berechnen Sie mit den gegeben Werten das gemessene Wirkungsquantum.

   $E = e * U = h * c/\lambda$; $h = E * \lambda / c$
   Bragg: $2*g*sin\theta = n*\lambda$, n=1 ; $\lambda = 2*g*sin\theta$
   $h = 6.594073 * 10^{34}$ [Js]

   b) Berechnen Sie den Messfehler von h aus der Genauigkeit der Spannung U und dem Ablesefehler des Drehwinkels θ. Beachten Sie: Nutzen Sie für Δθ den Wert im Bogenmaß.

beachte: $\sin \theta(rad) = \sin (\theta(°) * 2\pi / 360°)$

$dh / dU = h / U$

$dh / d\theta(rad) = \cos (\theta(°) *2\pi / 360°) * 2\pi / 360°$

$\Delta h = ((dh/dU * \Delta U)^2 + (dh/d\theta * \Delta\theta)^2)^{1/2}$

$\Delta h = 0{,}036 * 10^{34}$ [Js]

7. Mit einer monochromatischen Röntgenquelle soll der Gitterabstand eines Kristalls mit der Masse m = 75 g bestimmt werden. An der Röntgenquelle liegt eine Beschleunigungs-spannung von U = 100 kV an.

   a) Mit welcher maximalen Wellenlänge kann der Kristall theoretisch bestrahlt werden?

      $E = e*U = h*c/\lambda$; $\lambda = h*c / (e*U) = 12{,}40$ *pm*

   b) Der Kristall wird schräg nach Frequenzfilterung mit einer Wellenlänge λ = 15,5 pm bestrahlt. Bei einem Winkel α = 25° zur Oberfläche des Kristalls wird in Reflexion das erste Intensitätsmaximum festgestellt. Wie groß ist der Gitterabstand des zu vermessenden Kristalls?

      Bragg: $d =\lambda / (2*\sin\theta)$ $(n=1)$; $d = 18{,}34$ *pm*

8. Mittels Röntgendiagnostik sollen bei einem Patienten Wasseransammlungen in der Lunge untersucht werden. Um einen hohen Kontrast zu erzielen, benötigen Sie Strahlung der Energie E = 123 keV.

   a) Welche Geschwindigkeit müssten die Elektronen in der Röntgenröhre mindestens haben, um eine solche Strahlungsenergie zu erzeugen?

      $E = 1/2\ m v^2$; $v = (2 E /m)^{1/2}$; $v = 2{,}08 * 10^8$ [m/s] .

   b) Berechnen Sie die Frequenz monochromatischer Röntgenstrahlung, mit der Sie diese Energie erreichen.

      $E = h*v$; $v = E/h$; $v = 2{,}97\ 10^{19}$ [Hz]